

Exercice 1

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

- (1)
- Jean est plus beau que Pierre
 - Charles est beau, mais pas Elsa
 - Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie
 - Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles
 - Charles est ennuyeux ou agaçant
 - Marion est une femme heureuse
 - Jean et Pierre sont de bons amis
 - Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux

..... Corrigé

- (2)
- Jean est plus beau que Pierre $B(j, p)$
 - Charles est beau, mais pas Elsa $B(c) \wedge \neg B(e)$
 - Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie $A(p, t, c, v) \wedge N(v) \wedge P(m, v)$
 - Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles $\neg R(p, n, e) \rightarrow R(p, n, c)$
 - Charles est ennuyeux ou agaçant $E(c) \vee A(c)$
 - Marion est une femme heureuse. $F(m) \wedge H(m)$
 - Jean et Pierre sont de bons amis. $B(j, p)$
 - Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux. $A(p, v) \wedge A(v, p) \wedge M(p, v) \wedge M(v, p)$

Exercice 2

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats. On représentera la dénotation des noms propres et des descriptions définies par des constantes.

- (3)
- Si Paul n'a pas vu Marie, elle n'est pas arrivée.
 - Tout le monde viendra, à moins que la fête ne soit annulée.
 - Max ne veut pas parler à exactement deux personnes.
 - Quand un touriste visite Venise, il l'aime.
 - Maxine n'a vu monter personne.
 - Il faut qu'un journaliste l'interroge pour que Bruno se confie.

..... Corrigé

- (4)
- Si Paul n'a pas vu Marie, elle n'est pas arrivée.
 $(\neg Vpm \rightarrow \neg Am)$
 - Tout le monde viendra, à moins que la fête ne soit annulée.
 Pour voir comment formaliser cette phrase on peut noter qu'elle est vraie si (a) tout le monde vient et que la fête n'est pas annulée, ou (b) la fête est annulée, et tout le monde ne vient pas (c'est-à-dire "pas tout le monde vient"). Elle est fausse si (c) tout le monde vient alors que la fête est annulée, ou (d) si la fête n'est pas annulée et tout le monde ne vient pas.

Autrement dit, cette phrase exprime une équivalence matérielle entre “tout le monde vient” et “la fête n’est pas annulée”. Ce genre de construction est un rare cas où un connecteur de la langue (*à moins que*) se traduit en une implication matérielle.

$$(\neg Af \leftrightarrow \forall x(Px \rightarrow Vx))$$

- c. Max ne veut pas parler à exactement deux personnes.

Interpretation : il y a exactement 2 personnes à qui Max ne veut pas parler.

$$\exists x \exists y (x \neq y \wedge Px \wedge Py \wedge \neg Vmx \wedge \neg Vmy) \wedge \forall z((Pz \wedge \neg Vmz) \rightarrow (z = y \vee z = x))$$

Il y a possiblement d’autres interprétations non traduisibles en logique du premier ordre.

- d. Quand un touriste visite Venise, il l’aime.

$$\forall x(Tx \rightarrow (Vxv \rightarrow Axv))$$

- e. Maxine n’a vu monter personne.

$$\neg \exists x(Px \wedge Vmx)$$

- f. Il faut qu’un journaliste l’interroge pour que Bruno se confie.

$$(Cb \rightarrow \exists x(Jx \wedge Ixb))$$

Exercice 3

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats.

- (5) a. Exactement deux personnes ont rencontré Marie.
 b. Soit cette maison n’a pas de salle de bain, soit elle est mal placée.
 c. Quand un nouveau arrive, il est rejeté par certains, mais pas par tous.
 d. Il y a des solutions qui doivent être évitées quelle que soit la situation.

..... Corrigé

- (6) a. Exactement deux personnes ont rencontré Marie

$$\exists x \exists y (x \neq y \wedge Px \wedge Py \wedge Rxm \wedge Rym) \wedge \forall z((Pz \wedge Rzm) \rightarrow (z = y \vee z = x))$$

 b. Soit cette maison n’a pas de salle de bain, soit elle est mal placée.

$$(\neg \exists x(Sx \wedge Axm) \vee \exists x(Sx \wedge Axm \wedge Mx))$$

 c. Quand un nouveau arrive, il est rejeté par certains, mais pas par tous

$$\forall x((Nx \wedge Ax) \rightarrow (\exists y(Py \wedge Ryx) \wedge \exists y(Py \wedge \neg Ryx)))$$
 Autre lecture possible avec portée large de *certain*s
 d. Il y a des solutions qui doivent être évitées quelle que soit la situation

$$\exists x(Sx \wedge \forall y(S'y \rightarrow Eyx))$$