

## A.1 Le logarithme et les arbres binaires

Le *logarithme* à base 2 de  $b$  est le nombre qu'il faut donner pour exposant à 2 pour obtenir  $b$ . Autrement dit,  $\log_2 b = x \Leftrightarrow 2^x = b$ .

Un arbre binaire complet de profondeur  $k$  contient  $2^k$  feuilles. Donc, la profondeur d'un arbre contenant  $n$  feuilles est le nombre qu'il faut mettre en exposant à 2 pour obtenir  $n$ , donc  $\log_2 n$ . Il y a de plus un rapport entre le nombre de feuilles et le nombre total de nœuds : il y en a en tout  $n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + 1 = 2n - 1$ . Le schéma suivant et le tableau qui l'accompagne donnent ces relations selon que l'on fixe comme point de départ la hauteur, le nombre de feuilles, ou le nombre total de nœuds.

*Arbre binaire complet*

Hauteur	nb feuilles ●	nb sommets ○	nb nœuds (○ + ●)
4	16	15	31
$k$	$2^k$	$2^k - 1$	$2^{k+1} - 1$
$\log_2 n$	$n$	$n - 1$	$2n - 1$
$\lceil \log_2(m + 1) - 1 \rceil$	$\frac{m+1}{2}$	$\frac{m+1}{2} - 1$	$m$

