

### 3. Propriétés des formules

$$(p \vee \neg p)$$

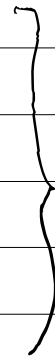
$p$	$\neg p$	$(p \vee \neg p)$
0	1	1
1	0	1

tautologie

$$(p \wedge \neg p)$$

contradiction

contingence



### 3.3.3 Relations entre formules

\* Contradiction.

$$\varphi$$
$$(p \rightarrow q)$$

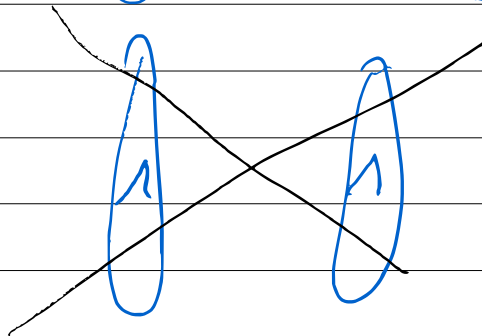
$$\psi$$
$$(p \wedge \neg q)$$

$p$	$q$	$(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$(p \wedge \neg q)$
0	0	1	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

$\varphi$  et  $\psi$  sont contradictoires

\* Contradiction

		$(p \wedge q)$			$(p \wedge \neg q)$	
$p$	$q$	$(p \wedge q)$	$\neg q$	$(p \wedge \neg q)$		
0	0	0	1	0	x	
0	1	0	0	0	x	
1	0	0	1	1	x	
1	1	1	0	0	x	



## \* Equivalence logique

$\varphi$  et  $\psi$  sont logiquement équivalentes  
ssi

$\varphi$  et  $\psi$  ont les mêmes valeurs de vérité  
dans toutes les situations

$$(p \rightarrow q) \quad (\neg p \vee q)$$

0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

## \* Conséquence logique

$\psi$  est la conséquence logique de  $\phi$

$\psi$  est vraie toutes les fois que  $\phi$  est vraie.

$\phi$ $((p \rightarrow q) \wedge p)$	$\psi$ $q$
0 1 0 0 0	0
0 1 1 0 0	1
1 0 0 0 1	0
1 1 1 1 1	1

prémises }  
s'il pleut, la route est mouillée  
il pleut }  
conclusion } la route est mouillée } syllogisme

syllogisme valide  $\equiv$  la conclusion est  
une cq log<sup>q</sup> de la  
conjonction des prémisses.

Modus ponens

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \\ p \\ \hline q \end{array}$$