

Ex. 1 _____

Let g be the grammar $S \rightarrow Sa$
 $S \rightarrow a$

Describe informally the language of this grammar.

.....Answer.....

This is a regular grammar that generates all the words comprising one a and possibly any number of additional as . A rational expression would be aa^* or a^+ .

Ex. 2 _____

Propose a grammar that generates words composed of any number of as followed by exactly one b .

.....Answer.....

$S \rightarrow Xb$
 $X \rightarrow Xa$
 $X \rightarrow a$

Ex. 3 _____

Remember that Dyck language is engendered by the grammar $S \rightarrow (S)$
 $S \rightarrow \varepsilon$

Give a grammar such that every word has exactly two ending parenthesis for every opening parenthesis, while remaining well balanced.

.....Answer.....

$S \rightarrow (S))$
 $S \rightarrow \varepsilon$

Ex. 4 _____

Give a grammar such that every word has as many opening parenthesis than closing parenthesis.

.....Answer.....

$S \rightarrow (S)S$
 $S \rightarrow)S(S$
 $S \rightarrow \varepsilon$

Ex. 5 _____

Modify the grammar $E \rightarrow E + E ; E \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3$ in such a way that $\langle (2+3)+1 \rangle$ is part of its language.

..... Answer

$E \rightarrow E + E ; E \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 ; E \rightarrow (E)$

Ex. 6 _____

Show that the grammar $E \rightarrow E + E ; E \rightarrow E \times E ; E \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3$ is ambiguous.

..... Answer

It's enough to show that one specific word, e.g., $1 + 2 \times 3$ has two different derivation trees.

Ex. 7 _____

Show that the grammar $E \rightarrow E + T \mid T, T \rightarrow T \times F \mid F, F \rightarrow (E) \mid a$ is **not** ambiguous.

Ex. 8 _____

Donner une grammaire algébrique qui reconnaisse chacun des langages suivants (alphabet $X = \{a, b, c\}$).

- $L_0 = \{w \in X^* / w = a^n ; n \geq 0\}$
- $L'_0 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c a ; n \geq 0\}$
- $L_1 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c^p ; n > 0 \text{ et } p > 0\}$
- $L_2 = \{w \in X^* / w = a^n b^n a^m b^m ; n, m \geq 1\}$
- $L'_3 = \{w \in X^* / |w|_a = |w|_b\}$
- $L_3 = \{w \in X^* / |w|_a = 2|w|_b\}$
- $L_4 = \{w \in X^* / \exists x \in X^* \text{ tq } w = x\bar{x}\}$
- $L_5 = \{w \in X^* / w = \bar{w}\}$

..... Answer

- $L_0 = \{w \in X^* / w = a^n ; n \geq 0\}$
 $S \rightarrow aS | \varepsilon$
- $L'_0 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c a ; n \geq 0\}$
 $S \rightarrow aSbX | \varepsilon ; X \rightarrow ca$
- $L_1 = \{w \in X^* / w = a^n b^n c^p ; n > 0 \text{ et } p > 0\}$
 La forme la plus simple : on charge S_1 de produire $a^n b^n$, et S_2 de produire c^p .
 D'autres formes sont possibles.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S_1 S_2 \\ S_1 &\rightarrow a S_1 b | ab \\ S_2 &\rightarrow c S_2 | c \end{aligned}$$

- $L_2 = \{w \in X^* / w = a^n b^n a^m b^m ; n, m \geq 1\}$
- $L'_3 = \{w \in X^* / |w|_a = |w|_b\}$
- $L_3 = \{w \in X^* / |w|_a = 2|w|_b\}$
- $L_4 = \{w \in X^* / \exists x \in X^* \text{ tq } w = x\bar{x}\}$
- $L_5 = \{w \in X^* / w = \bar{w}\}$
 $= L_4 \cup X$

Ex. 9

Soient les deux grammaires suivantes. Pour chacune d'entre elles, donnez le langage engendré, et indiquez le type de la grammaire dans la classification de Chomsky. Commentez brièvement.

$S \rightarrow S_1 S_2$	$S \rightarrow aSBC$
$S_1 \rightarrow aS_1 b ab$	$S \rightarrow aBC$
$S_2 \rightarrow cS_2 c$	$CB \rightarrow BC$
	$aB \rightarrow ab$
	$bB \rightarrow bb$
	$bC \rightarrow bc$
	$cC \rightarrow cc$

..... Answer

Première grammaire : $a^n b^n c^p$; Deuxième grammaire : $a^n b^n c^n$. Une grammaire algébrique ne permet pas d'engendrer ce langage.

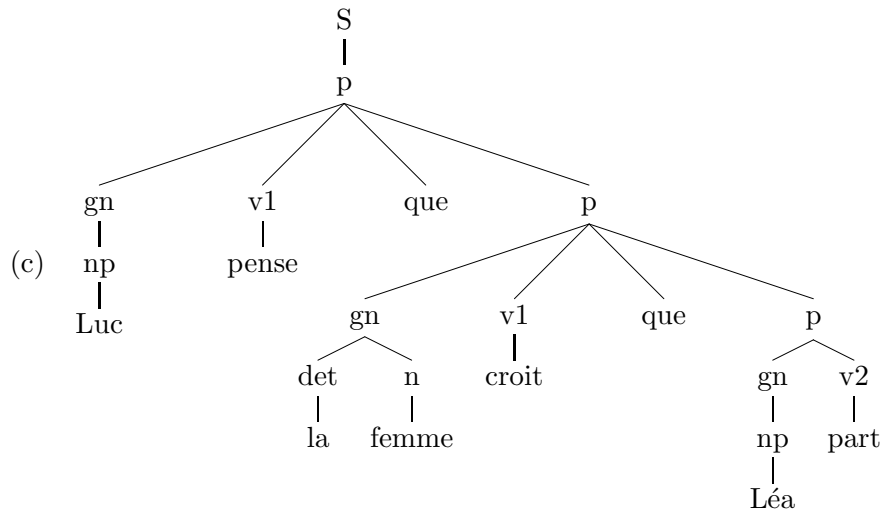
Ex. 10

Soit la grammaire hors contexte suivante :

S	→	p
p	→	gn v1 <i>que</i> p gn v2
gn	→	np det nc
np	→	<i>Léa</i> <i>Luc</i> <i>Ève</i> <i>Max</i>
nc	→	<i>femme</i> <i>homme</i> <i>étudiante</i> <i>étudiant</i> <i>filles</i> <i>garçon</i>
det	→	<i>le</i> <i>la</i> <i>l'</i>
v1	→	<i>pense</i> <i>croit</i> <i>voit</i> <i>sait</i> <i>dit</i> <i>raconte</i>
v2	→	<i>se promène</i> <i>marche</i> <i>part</i>

1. Donner quatre phrases distinctes reconnues par cette grammaire, contenant respectivement 0, 1, 2 et 3 fois le mot *que*.
2. Pour quelles raisons ces phrases ne sont-elles pas toutes correctes en français ? Comment modifier la grammaire pour corriger cela ?
3. Donner l'arbre de dérivation de *Luc sait que la femme croit que Léa part*.
4. Donner les branches pertinentes de l'arbre d'exploration des solutions (comme vu en cours) pour une analyse descendante de la suite *Luc pense que Léa se promène*.

..... Answer



- (a) Léa se promène
 Luc voit que le homme part
 La femme pense que Léa croit que Ève marche
 Max sait que le fille raconte que Ève dit que Max marche
- (b) (1) Problèmes d'ellision : *le homme* au lieu de *l'homme*, et aussi *que Ève* au lieu de *qu'Ève*. (Les deux problèmes étant similaires, on ne demandait pas de les traiter tous les deux.)
 (2) Problème d'accord : *le fille* au lieu de *la fille*.
 Les grammaires avec attributs (structures de traits) permettent une solution élégante de ces problèmes. Mais on peut aussi les résoudre directement au niveau de la grammaire (seules les règles modifiées sont indiquées) :

<i>Accord</i>		<i>Ellision (le/la ~ l')</i>	
gn	→ np det-m nc-m det-f nc-f	gn	→ np det-m nc-m det-f nc-f det-e nc-e
nc-f	→ femme étudiante fille	nc-e	→ étudiante homme étudiant
nc-m	→ homme étudiant garçon	nc-f	→ femme fille
det-m	→ le l'	nc-m	→ garçon
det-f	→ la l'	det-e	→ l'
		det-m	→ le
		det-f	→ la

(Même genre de traitement pour le cas de *que ~ qu'*.)

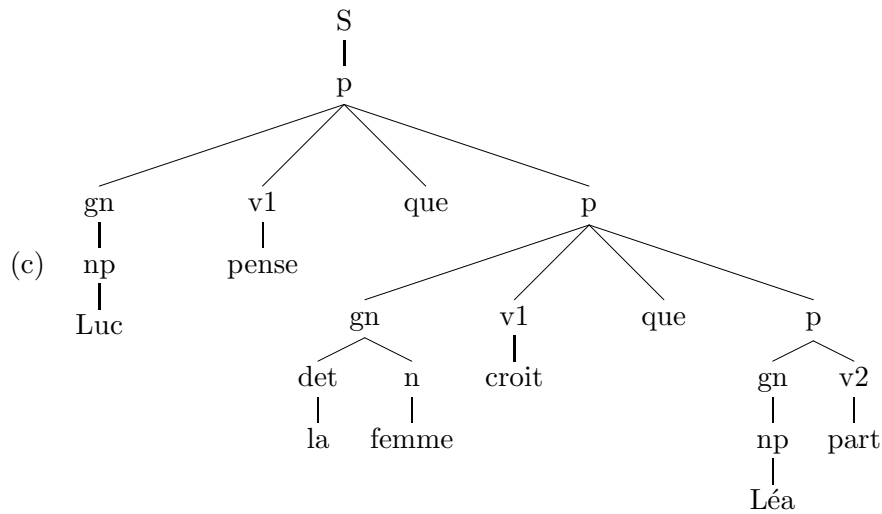
Ex. 11

Consider the following context-free grammar:

S → p
p → gn v1 *que* p | gn v2
gn → np | det nc
np → *Léa* | *Luc* | *Ève* | *Max*
nc → *femme* | *homme* | *étudiante* | *étudiant* | *fille* | *garçon*
det → *le* | *la* | *l'*
v1 → *pense* | *croit* | *voit* | *sait* | *dit* | *raconte*
v2 → *se promène* | *marche* | *part*

1. Give 4 distinct sentences that belong to the engendered language, containing respectively 0, 1, 2 and 3 times the word *que*.
2. For which reasons are these sentences not all well-formed in French? How can the grammar be amended to fix this?
3. Draw the derivation tree for *Luc sait que la femme croit que Léa part*.

..... Answer



- (a) Léa se promène
 Luc voit que le homme part
 La femme pense que Léa croit que Ève marche
 Max sait que le fille raconte que Ève dit que Max marche
- (b) (1) Problèmes d'ellision : *le homme* au lieu de *l'homme*, et aussi *que Ève* au lieu de *qu'Ève*. (Les deux problèmes étant similaires, on ne demandait pas de les traiter tous les deux.)
 (2) Problème d'accord : *le fille* au lieu de *la fille*.
 Les grammaires avec attributs (structures de traits) permettent une solution élégante de ces problèmes. Mais on peut aussi les résoudre directement au niveau de la grammaire (seules les règles modifiées sont indiquées) :

<i>Accord</i>		<i>Ellision (le/la ~> l')</i>	
gn	→ np det-m nc-m det-f nc-f	gn	→ np det-m nc-m det-f nc-f det-e nc-e
nc-f	→ <i>femme</i> <i>étudiante</i> <i>fille</i>	nc-e	→ <i>étudiante</i> <i>homme</i> <i>étudiant</i>
nc-m	→ <i>homme</i> <i>étudiant</i> <i>garçon</i>	nc-f	→ <i>femme</i> <i>fille</i>
det-m	→ <i>le</i> <i>l'</i>	nc-m	→ <i>garçon</i>
det-f	→ <i>la</i> <i>l'</i>	det-e	→ <i>l'</i>
		det-m	→ <i>le</i>
		det-f	→ <i>la</i>

(Même genre de traitement pour le cas de *que ~> qu'*.)