

Exercice 1

Les deux formules suivantes sont-elles contraires, contradictoires? Justifiez votre réponse au moyen d'une table de vérité.

- (1) a. $((\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow P)$
 b. $(\neg P \wedge \neg Q)$

Exercice 2

Les phrases (2-a) et (2-b) sont-elles contraires, contradictoires, ou ni l'un ni l'autre? Justifiez votre réponse.

- (2) a. Il ne suffit pas d'avoir de bons légumes pour faire une bonne soupe.
 b. Si la soupe est mauvaise, les légumes sont mauvais.

Exercice 3

A l'exercice 3 de la feuille n°1, nous avons vu que la phrase *Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi* pouvait se représenter en logique des propositions par $(\neg A \wedge \neg E)$.

1. Cette formule est-elle équivalente à $\neg(A \wedge E)$? Justifiez votre réponse à l'aide d'une table de vérité.
2. Comment traduiriez-vous $\neg(A \wedge E)$ en langue naturelle?

Exercice 4

Montrez, en utilisant une table de vérité composite, que les énoncés suivants sont équivalents.

- (3) a. Jean est malade et il a vu le médecin ou il est à l'hôpital
 b. Soit Jean est malade et il a vu le médecin, soit il est malade et à l'hôpital

Exercice 5

Montrer que, quelles que soient φ , ψ et χ , les paires de formules suivantes sont logiquement équivalentes (parenthèses les plus externes systématiquement omises) :

- | | | | |
|------|-------------------------------------|--|----------------|
| (1) | $\neg\neg\varphi$ | φ | |
| (2) | $\varphi \rightarrow \psi$ | $\neg\varphi \vee \psi$ | |
| (2') | $\varphi \rightarrow \psi$ | $\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$ | |
| (3) | $\varphi \rightarrow \psi$ | $\neg\psi \rightarrow \neg\varphi$ | contraposition |
| (4) | $\varphi \leftrightarrow \psi$ | $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$ | |
| (5) | $\varphi \leftrightarrow \psi$ | $(\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$ | |
| (6) | $\varphi \vee \varphi$ | φ | idempotence |
| (7) | $\varphi \wedge \varphi$ | φ | " |
| (8) | $\varphi \vee \psi$ | $\psi \vee \varphi$ | commutativité |
| (9) | $\varphi \wedge \psi$ | $\psi \wedge \varphi$ | " |
| (10) | $\varphi \vee (\psi \vee \chi)$ | $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ | associativité |
| (11) | $\varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$ | $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$ | " |
| (12) | $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ | $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ | distributivité |
| (13) | $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ | $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ | " |
| (14) | $\neg(\varphi \wedge \psi)$ | $\neg\varphi \vee \neg\psi$ | lois de Morgan |
| (15) | $\neg(\varphi \vee \psi)$ | $\neg\varphi \wedge \neg\psi$ | " |