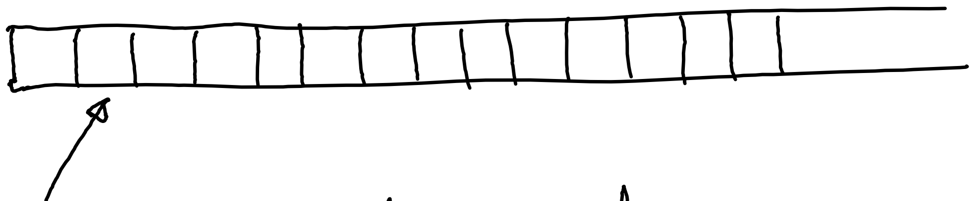
Ch2 Automates (à états finis)

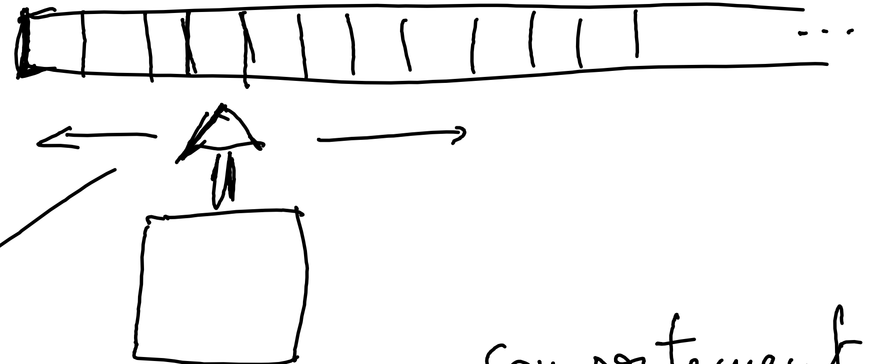
1. Machine de Turing simplifiée.



1 symbole → Alphabet = ens. des symboles

machine: "organe de contrôle"

- nombre fini d'états



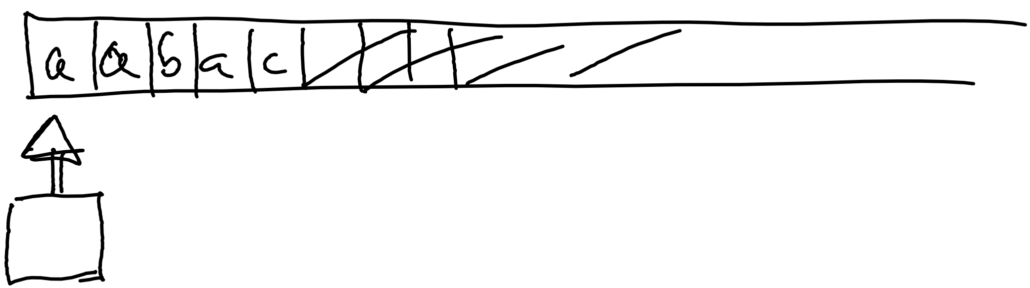
tête de lecture

comportement :

état courant + symbole en lecture $\rightarrow$ nouvel état

Calcul :

suite d'états
déterminée par un **mot** sur la bande.



"top d'horloge"

2. Definition

Automate :

Alphabet Σ

Ens. d'états S

Etat initial $s_0 \in S$

Etats d'acceptation $F \subset S$

Fonction de transition :

$$\begin{pmatrix}\text{état}\\ \text{courant}\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\text{symbole}\\ \text{courant}\end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix}\text{nouvel}\\ \text{état}\end{pmatrix}$$

$\Sigma = \{a, b, c\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

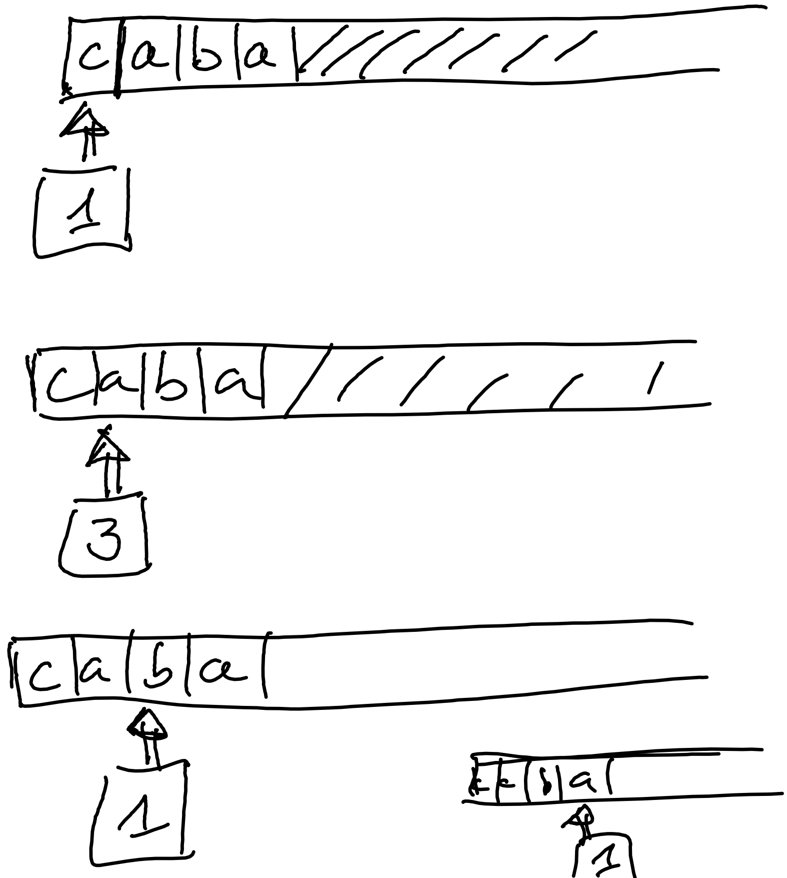
$s_0 = 1$

$F = \{3, 4\}$

$$\delta : \begin{cases} 1, a \longrightarrow 2 \\ 1, b \longrightarrow 1 \\ 1, c \longrightarrow 3 \\ 2, a \longrightarrow 1 \\ 2, b \longrightarrow 3 \\ 2, c \longrightarrow 4 \\ 3, a \longrightarrow 1, \\ \vdots \end{cases}$$

fin du calcul : état $\underline{\underline{2}}$

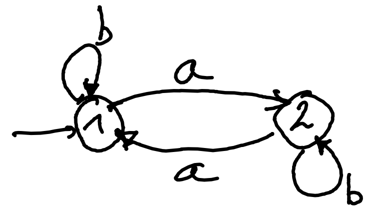
calcul : caba $\longrightarrow$ 13112



3. Représentation

$$\delta : \left.\begin{array}{l} 1,a \to 2 \\ 1,b \to 1 \\ 2,a \to 1 \\ 2,b \to 2 \end{array}\right\} \iff$$

<u>diagramme d'états</u>



<u>table de transition</u>

	a	b
1	2	1
2	1	2

aab $\to$ 1211

bbaba 111221

4. Langage reconnu

Langage (sur un alphabet) :
sous-ensemble de tous les mots qu'on peut construire sur cet alphabet.

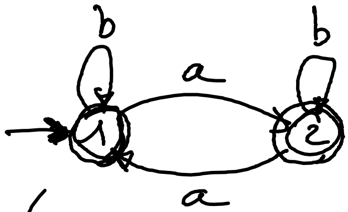
$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$\mathcal{L} = \{a, ba, ccab, abca\}$$

$$\mathcal{L} = \{a, aa, aaa, aaaa \dots\}$$

Langage reconnu par un automate :

ens. des mots tels qu'il existe un calcul qui se termine par un état d'acceptation.



$\Sigma = \{a, b\}$

$S = \{1, 2\}$

$s_0 = 1$

$F = \{2\}$

$\delta : \ldots$

abb 1 2 2 $\boxed{2}$ $abb \in \mathcal{L}$

baab 1 1 2 1 $\boxed{1}$ $baab \notin \mathcal{L}$

$aaa \in \mathcal{L}$

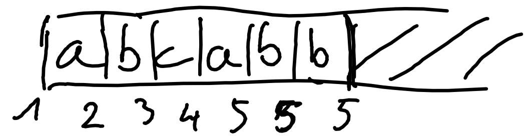
$aaaa \notin \mathcal{L}$

$bbb \notin \mathcal{L}$

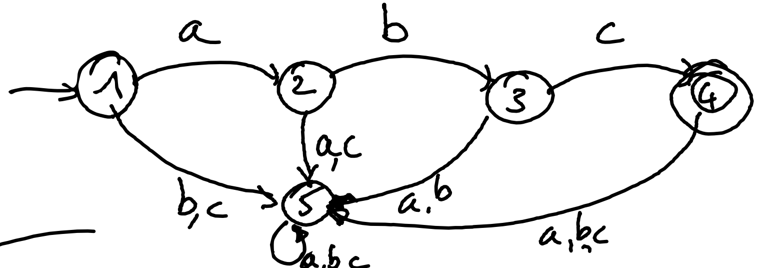
$bbba \in \mathcal{L}$

5. Exemples et manipulations

~~$\mathcal{L} = \{abc, ba, ac, ab\}$~~



$\mathcal{L}' = \{\underline{a}bc\}$



	a	b	c
→ 1	2	5	5
2	5	3	5
3	5	5	4
← 4	5	5	5
5	5	5	5