

Ch1. Quantification et compositionnalité

1. Retour sur la quantification

1.1 Quantification non restreinte

$\forall x$ $\exists x$

Domaine de quantification / Univers de discours

→ $\forall x \exists x$ E: éphémère.

→ Tout est éphémère.

Tout le monde dort.

Quantification (logique) : non restreinte .

$$\begin{array}{c} \forall x \ A_x \\ \exists x \ F_x \dots \end{array}$$

→ Totalité du domaine de quantification

G : gentil

$$\frac{\forall x \ G_x}{\exists x \ G_x} \text{ "Tout est gentil."}$$

\neq Tout le monde est gentil .

$$\boxed{\forall x} (\text{Px} \rightarrow \text{Gx})$$

universelle : restreinte
(on ne parle que des personnes)

$\forall x$: - domaine implicite
 - domaine non restreint

Indéfinissabilité

Caré d'opposition :

Tout est éphémère

$$\begin{aligned} \forall x \exists x \\ \neg \exists x \neg \exists x \end{aligned}$$

$$\boxed{\forall x \varphi \equiv \neg \exists x \neg \varphi}$$

contradiction
(négation)

Certaines choses st éph.
 Il y a (au moins) une chose éphémère

$$\begin{aligned} \exists x \exists x \\ \neg \forall x \neg \exists x \end{aligned}$$

Rien n'est éphémère

$$\begin{aligned} \forall x \neg \exists x \\ \neg \exists x \exists x \end{aligned}$$

Il y a au moins une chose non éphém.

$$\begin{aligned} \exists x \neg \exists x \\ \neg \forall x \exists x \end{aligned}$$

$$\neg \exists x \, E x$$

$$\neg \exists x \neg \underline{E x}$$

$$\neg \neg \varphi = \varphi$$

$$\neg \exists x \neg \underline{E x} \neq \exists x \, \bar{E} x$$

1.2 Quantification restreinte

Tous les profs sont gentils.

Quantif universelle restriction ... portée (scope)

$$\forall x \, (P x \rightarrow G x)$$

$$\overline{\forall x \, G x}$$

$\forall x (P_x \rightarrow G_x)$

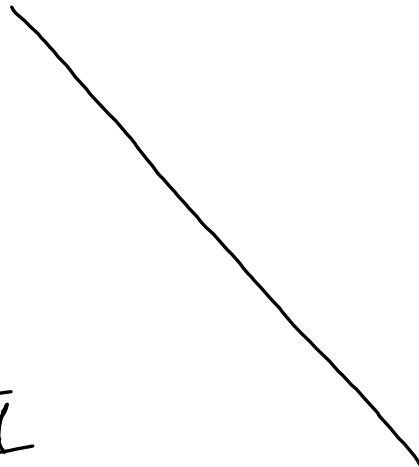
$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow 0 & = 1 \\ 0 & \rightarrow 1 & = 1 \end{array}$$

$(P_{(\text{brosse a'})}^{\text{ma deuts}} \rightarrow \neg G_{(\text{brosse a'})}^{\text{ma deuts}})$

$(P_x \rightarrow \neg G_x)$

$P_{(\text{Amseli})} \rightarrow \neg G_{(\text{Amseli})}$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$



$\exists x \neg G_x$

$\exists x (\neg (P_x \rightarrow G_x))$

$\exists x (P_x \wedge \neg G_x)$

$\exists x (P_x \wedge \neg G_x)$

Tous les profs sont gentils

$\forall x (Px \rightarrow Gx)$

$\neg \exists x (Px \wedge \neg Gx)$

Certains profs sont gentils

$\exists x (Px \wedge Gx)$

$\neg \forall x (Px \rightarrow \neg Gx)$

Aucun prof n'est gentil

$\forall x (Px \rightarrow \neg Gx)$

$\neg \exists x (Px \wedge Gx)$

$\exists x (Px \wedge \neg Gx)$

$\neg \forall x (Px \rightarrow Gx)$

Il ya un prof non-gentil

Tous les profs sont gentils & compétents.

$$\forall x \left(P_x \rightarrow \underbrace{(G_x \wedge C_x)}_{\text{scop}} \right)$$

restrict.

$$\neg \exists x \left(P_x \wedge \neg (G_x \wedge C_x) \right)$$

$$\neg \exists x \left(P_x \wedge (\neg G_x \vee \neg C_x) \right)$$

Tous les profs malades sont gentils.

$$\forall x \left((P_x \wedge \neg I_x) \rightarrow G_x \right)$$

$$\neg \exists x \left((P_x \wedge \neg I_x) \wedge \neg G_x \right)$$

$\forall x \in N$, $\exists \varepsilon > 0$...
restrict.

$\forall x$ $(x \in N \rightarrow \dots)$...