3.3.2 Propriétés des formules

$$((p \to q) \wedge \neg(\neg q \to \neg p)) = \Phi$$

$$\left(x - \frac{yx}{y}\right)$$

$$\underbrace{(x+1-(x+1))}$$

p	q	$(p \to q)$	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \to \neg p$	$\neg(\neg q \to \neg p)$	Φ
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0

$\neg 0 = 1$

$\neg 1 = 0$

Contradiction

$$\neg\big((a \wedge b) \wedge (a \vee b)\big) = \Phi$$

a	b	$(a \wedge b)$ ⓐ	$(a \vee b)$ ⓑ	$(a \wedge b) \wedge (a \vee b)$ ⓒ = ⓐ $\wedge$ ⓑ	Φ = $\neg$ ⓒ
0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

contingente

Propriétés des formules

- Tautologies
- Contradiction
- contingences

$x - x + 1$

$(p \wedge (q \to p))$

$p = 1$
$q = 0$

$(1 \wedge (0 \to 1)) =$

$(1 \wedge 1) = 1$

3.3.3 Relations entre formules

$(a \wedge b) \qquad (\neg a \vee \neg b)$

a	b	$(a \wedge b)$	$\neg a$	$\neg b$	$(\neg a \vee \neg b)$
0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0
		φ			ψ

φ et ψ sont contradictoires

A chaque fois que φ est vraie, ψ est fausse & réciproquement.

$(a \wedge b)$ $\quad \neg a$

$\varphi \quad\quad \psi$

a	b	φ	$\neg a$ (ψ)	$\neg b$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	0	0

φ et ψ sont contraires = jamais vraies en m̂ tps (peuvent être fausses en m̂ tps)

Relation :

φ et ψ sont contradictoires $\begin{array}{|c|c|} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$

φ et ψ sont contraires $\cancel{\begin{array}{|c|c|} 1 & 1 \end{array}}$

$$\varphi \qquad\qquad \psi$$

$$\neg(p \wedge q) \qquad (\neg p \vee \neg q)$$

p	q	$(p\wedge q)$	$\neg(p\wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \vee \neg q)$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0
			φ			ψ

φ et ψ sont <u>logiquement equivalentes</u> si et seulement si elles ont la m̂ valeur de vérité dans toutes les situations

$\neg(a \wedge b)$ log^t équ^{ts} $(\neg a \vee \neg b)$

$(a \wedge b)$ $\neg(\neg a \vee \neg b)$

de Morgan

$(a \to b)$ $\cancel{\text{éq}^t}$ $\neg(a \wedge \neg b)$

$\neg\neg a$ éq^t a

$\vdots$

"équivalences remarquables"

Conséquence logique

ψ est la conséquence logique de φ
si & seul^t si

ψ est vraie dans <u>tous les cas</u> où φ l'est.

(chaque fois que φ est vraie, ψ l'est aussi)

ψ est une cq <u>logique</u> de φ
φ implique <u>logiquement</u> ψ

$(a \wedge b)$ $\qquad$ a

a	b	$(a \wedge b)$	a
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

φ $\qquad$ ψ

Chaque fois que φ $(a \wedge b)$ est vraie, ψ $(=a)$ est vraie.

a est une cq log. de $(a \wedge b)$

$(a \wedge b)$ implique logiquement a.

$(p \wedge (p \to q))$ $\qquad q$ $\qquad$ modus ponens.

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	q
0	0	1	0	$\cancel{0}$
0	1	1	0	$\cancel{1}$
1	0	0	0	$\cancel{0}$
1	1	1	1	1

chaque fois que $p \wedge (p \to q)$ est vraie, alors q est vraie.