

Exercice 1

Pour chacune des formules du calcul des prédicats ci-dessous, indiquez la portée des quantificateurs et les variables libres et précisez s'il s'agit d'une phrase (exercice tiré de Gamut 1991a:77).

- | | |
|---|--|
| 1. $\exists x (Axy \wedge Bx)$ | 1. $\exists x (Axy \vee By)$ |
| 2. $\exists x Axy \wedge Bx$ | 2. $\exists x Axx \vee \exists y By$ |
| 3. $\exists x \exists y Axy \rightarrow Bx$ | 3. $\exists x (\exists y Axy \vee By)$ |
| 4. $\exists x (\exists y Axy \rightarrow Bx)$ | 4. $\forall x \forall y ((Axy \wedge By) \rightarrow \exists w Cxw)$ |
| 5. $\neg \exists x \exists y Axy \rightarrow Bx$ | 5. $\forall x (\forall y Ayx \rightarrow By)$ |
| 6. $\forall x \neg \exists y Axy$ | 6. $\forall x \forall y Ayy \rightarrow Bx$ |
| 7. $\neg Bx \rightarrow (\neg \forall y (\neg Axy \vee Bx) \rightarrow Cy)$ | |

Exercice 2

Traduire en logique des prédicats les phrases suivantes, en donnant plusieurs formules en cas d'ambiguïté. On représentera la dénotation des noms propres et des descriptions définies par des constantes.

- (1)
- Tous les journaux qui n'ont pas de lecteurs vont disparaître s'ils ne trouvent pas un repreneur.
 - Soit tout le monde prend une boisson, soit personne n'en prend.
 - Quand tous les députés contestent une motion, elle est rejetée.
 - Paul déteste les gens qui n'aiment personne sauf lui.
 - Jean et Max ne connaissent pas tous les invités.

Exercice 3

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

- (2)
- S'il y a un bruit, Alice pleure.
 - S'il y a un bruit, tout le monde pleure.
 - S'il y a un bruit, Alice le cherche.

Exercice 4

Les phrases suivantes se caractérisent par le fait que l'indéfini, sous la portée d'une quantification universelle, s'interprète de façon universelle. Cette situation n'est pas surprenante si on connaît l'équivalence entre $\forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ et $(\exists x\varphi \rightarrow \psi)$ (si ψ ne contient pas d'occurrence libre de x). Sur la base de cette équivalence, proposez pour chaque phrase deux traductions en logique des prédicats équivalentes.

- (3)
- Paul se fâche dès que quelqu'un fait du bruit
 - Tout le monde se fâche si quelqu'un fait du bruit
 - Tous les touristes qui visitent Paris sont riches
 - Tous les touristes qui visitent Paris l'aiment
 - Tous les touristes qui visitent une ville sont riches
 - Tous les touristes qui visitent une ville l'aiment
 - Si un fermier possède un âne, il le bat
 - Tout le monde est marqué par un amour déçu