Exercice 1

Les deux formules suivantes sont-elles contraires, contradictoires ? Justifiez votre réponse au moyen d'une table de vérité.

(4) a. $((\neg P \to Q) \leftrightarrow P)$
b. $(\neg P \wedge \neg Q)$

Exercice 2

A l'exercice 3 de la feuille n°1, nous avons vu que la phrase *Luce est en retard et si Annie est là, alors on va pouvoir ouvrir la porte* pouvait se représenter en logique des propositions par $(L \wedge (A \to P))$. Cette formule est-elle équivalente à $((L \wedge A) \to P)$, où seule la position des parenthèses a été modifiée ? Justifiez votre réponse à l'aide d'une table de vérité.

Exercice 3

A l'exercice 3 de la feuille n°1, nous avons vu que la phrase *Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi* pouvait se représenter en logique des propositions par $(\neg A \wedge \neg E)$.

1. Cette formule est-elle équivalente à $\neg(A \wedge E)$? Justifiez votre réponse à l'aide d'une table de vérité.
2. Comment traduiriez-vous $\neg(A \wedge E)$ en langue naturelle ?

Exercice 4

Les phrases (5-a) et (5-b) sont-elles contraires, contradictoires, ou ni l'un ni l'autre ? Justifiez votre réponse.

(5) a. Il ne suffit pas d'avoir de bons légumes pour faire une bonne soupe.
b. Si la soupe est mauvaise, les légumes sont mauvais.

Exercice 5

Montrer que, quelles que soient φ, ψ et χ, les paires de formules suivantes sont logiquement équivalentes (parenthèses les plus externes systématiquement omises) :

(1)	$\neg\neg\varphi$	φ	
(2)	$\varphi \to \psi$	$\neg\varphi \vee \psi$	
(2')	$\varphi \to \psi$	$\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$	
(3)	$\varphi \to \psi$	$\neg\psi \to \neg\varphi$	contraposition
(4)	$\varphi \leftrightarrow \psi$	$(\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi)$	
(5)	$\varphi \leftrightarrow \psi$	$(\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$	
(6)	$\varphi \vee \varphi$	φ	idempotence
(7)	$\varphi \wedge \varphi$	φ	"
(8)	$\varphi \vee \psi$	$\psi \vee \varphi$	commutativité
(9)	$\varphi \wedge \psi$	$\psi \wedge \varphi$	"
(10)	$\varphi \vee (\psi \vee \chi)$	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi$	associativité
(11)	$\varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$	"
(12)	$\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$	$(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$	distributivité
(13)	$\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$	$(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$	"
(14)	$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi \vee \neg\psi$	lois de Morgan
(15)	$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi \wedge \neg\psi$	"