

Exercice 1

Donnez deux exemples de phrases qui ne sont pas des propositions, et deux exemples de propositions qui ne sont pas des phrases simples.

..... Corrigé.....

Phrases qui ne sont pas des propositions :

- (1) a. Sortez immédiatement !
b. Tu as trouvé ces chaussures dans quelle boutique ?

Les ordres (souvent exprimés par des phrases à l'impératif), et les questions (exprimées le plus souvent par des phrases interrogatives), sont des phrases auxquelles on ne peut attribuer une valeur de vérité, ce ne sont pas des propositions. Le cas des phrases exclamatives, des interjections et des insultes est plus discuté (2). Elles peuvent être considérées comme des propositions, si on restitue le contenu implicite : ici par exemple *[tu es un] imbécile !*.

- (2) Imbécile !

Propositions qui ne sont pas des phrases simples : toutes les propositions complexes sont formées à partir de plusieurs phrases simples et ne sont donc pas elles-mêmes des phrases simples. Par exemple, (3).

- (3) a. Si tu n'as pas compris, tu n'auras pas la moyenne.
b. Il faut avoir un badge ou connaître le code pour entrer dans le bâtiment.

Attention : les phrases comme (4) sont en général traduites en logique sous la forme d'une conjonction ou d'une disjonction de propositions (une « formule complexe », si l'on veut), mais du point de vue grammatical, il s'agit quand-même de phrases simples, en ce sens qu'elles ne sont pas composées de plusieurs propositions syntaxiques.

- (4) a. Pierre est un architecte travailleur et efficace.
b. Les prochains jeux olympiques se dérouleront à Paris ou à Londres.

Exercice 2

Pour chacun des cas suivants, proposez deux exemples (différents de ceux qui ont été présentés en cours).

- proposition complexe comprenant au moins trois propositions simples.
- proposition singulière avec un sujet pluriel.
- proposition thétique.
- proposition universelle négative

..... Corrigé

- proposition complexe comprenant au moins trois propositions simples.
S'il pleut et que le vent est fort, la route est sèche.
- proposition singulière avec un sujet pluriel.
Luce et Lucas sont endormis.
- proposition thétique.
Il vente.
- proposition universelle négative.
Aucun de mes amis n'est vacciné.

Exercice 3

Pour chacune des phrases suivantes, identifiez les propositions élémentaires qui la constituent, et proposez une "reformulation" au moyen des connecteurs *et*, *ou* et *si* et de la négation.

Exemple : *Lucas est actif et brouillon*. comprend deux propositions : (1) Lucas est actif, et (2) Lucas est brouillon. La phrase peut être reformulée en '*Lucas est actif et Lucas est brouillon*'.

- (5)
- a. L'infirmier est malade ou en retard.
 - b. Sam et Pam se sont mariés.
 - c. Sam et Pam aiment les animaux.
 - d. Luce est en retard mais si Annie est là, on va pouvoir ouvrir la porte.
 - e. Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi.
 - f. Si tu as la moyenne, tu valides l'année, mais tu peux valider l'année sans avoir la moyenne.

..... Corrigé

- (6) a. L'infirmier est malade ou en retard.
 $P =$ l'infirmier est malade ; $Q =$ l'infirmier est en retard
 Reformulation : L'infirmier est malade ou l'infirmier est en retard.
 Formellement : $(P \vee Q)$
- b. Sam et Pam se sont mariés.
 On a ici comme souvent une ambiguïté lexicale : (A) le verbe *se marier* peut-être vu comme un prédicat collectif dont le sujet est nécessairement pluriel (*se marier = se marier ensemble*) — dans ce cas la proposition ne peut pas être décomposée car le fait de se marier ensemble est plus que la conjonction des deux propositions “*x s'est marié*” ; (B) le verbe peut-être lu de manière distributive : dans ce cas, la propriété de s'être marié est attribuée à chacun des deux sujets (que ce soit ensemble ou non) et on peut décomposer cette proposition en une conjonction de deux propositions élémentaires : *Sam s'est marié(e)* et *Pam s'est marié(e)*.
- c. Sam et Pam aiment les animaux.
 Le prédicat est forcément distributif ici : conjonction de deux propositions.
- d. Luce est en retard mais si Annie est là, on va pouvoir ouvrir la porte.
 Propositions élémentaires : *Luce est en retard* (L) ; *Annie est là* (A) ; *On va pouvoir ouvrir la porte* (P).
 Luce est en retard et si Annie est là, alors on va pouvoir ouvrir la porte
 Formellement : $(L \wedge (A \rightarrow P))$
- e. Tu n'es ni mon ami ni mon ennemi.
 Prop. élémentaires : tu es mon ami ; tu es mon ennemi.
 Reformulation : Il est faux que tu es mon ami et il est faux que tu es mon ennemi.
- f. Si tu as la moyenne, tu valides l'année, mais tu peux valider l'année sans avoir la moyenne.
 Formulation un peu plus explicite : si tu as la moyenne, alors tu valides l'année, mais il n'est pas vrai que si tu n'as pas la moyenne, tu ne valides pas l'année.
si tu as la moyenne, alors tu valides l'année et il est faux que si il est faux que tu as la moyenne alors il est faux que tu valides l'année.
 $((M \rightarrow V) \wedge \neg(\neg M \rightarrow \neg V))$

Exercice 4

Traduire, aussi précisément que possible, les phrases suivantes en logique propositionnelle. Indiquer à quelle phrase correspond chaque variable propositionnelle.

- (7) a. Ce moteur n'est pas bruyant, mais il consomme beaucoup.
 b. Il n'est pas vrai que Pierre viendra si Marie ou Jean vient.
 c. Jean n'est pas seulement stupide, mais il est aussi méchant.
 d. Je vais à la plage ou au cinéma à pied ou en voiture.
 e. Jean ne viendra que si Paul ne vient pas.
 f. Si tu ne m'aides pas quand j'ai besoin de toi, je ne t'aiderai pas quand tu auras besoin de moi.

Exercice 5

Traduire la phrase suivante en logique des propositions.

- (9) Quand Paul ou Marie arrive en avance et que la porte est fermée, ils frappent chez Jean si ce n'est pas trop tard.

..... Corrigé.....

- (10) Quand Paul ou Marie arrive en avance et que la porte est fermée, ils frappent chez Jean si ce n'est pas trop tard.

Une première décomposition, syntaxique « de surface », pourrait faire apparaître les propositions suivantes.

- Paul ou Marie arrive en avance : α
- La porte est fermée : β
- Ils frappent chez Jean : γ
- Ce n'est pas trop tard : δ

Avant de les décomposer, on peut essayer de se figurer la structure globale de la formule avec ces propositions. La phrase se ré-écrit (11-a). Si on traduit *quand* comme *si, et* par \wedge , et « a si b » par $b \rightarrow a$, cela donne (11-b) (parenthèses externes omises pour la lisibilité), ce qui est équivalent à (11-c).

- (11) a. Quand α et β , γ si δ .
 b. $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\delta \rightarrow \gamma)$
 c. $(\alpha \wedge \beta \wedge \delta) \rightarrow \gamma$

Mais il faut maintenant décomposer les propositions au sens grammatical en propositions au sens logique. Pour α , on est dans un cas courant où la disjonction sur le sujet correspond à une disjonction de deux propositions : $\alpha = P \vee M$. La proposition β ne peut pas être plus décomposée. Appelons-la F . La proposition δ comprend une négation, soit $\delta = \neg T$.

Considérons maintenant la proposition γ . Elle comprend un pronom, qui se comporte un peu comme une variable. Autrement dit, γ n'a pas de valeur de vérité tant que n'est pas explicité le référent du pronom. Les possibilités sont les suivantes (P_j dénote *Paul frappe chez Jean*, et M_j dénote *Marie frappe chez Jean*).

- *ils = Paul et Marie*. (11) se traduit : $((P \vee M) \wedge F) \rightarrow (\neg T \rightarrow (P_j \wedge M_j))$
 C'est trop fort par rapport à la phrase initiale.
- *ils = Paul ou Marie*. On a alors : $((P \vee M) \wedge F) \rightarrow (\neg T \rightarrow (P_j \vee M_j))$
 Cette fois, c'est trop faible (c'est vrai si c'est Paul qui arrive en avance et Marie qui frappe chez Jean), mais on peut éventuellement considérer que le renforcement du sens (c'est celui qui arrive en avance qui frappe à la porte) est dû à un effet pragmatique.
- *ils = celui (parmi Jean et Marie) qui est arrivé en avance*. Dans ce cas, il faut modifier la structure globale de la formule :
 $((P \wedge F) \rightarrow (\neg T \rightarrow P_j)) \vee ((M \wedge F) \rightarrow (\neg T \rightarrow M_j))$