2.2.3 Quantification restreinte

(7) Tous les profs sont gentils.

① ∀/∃ quantif. non restreints.

$\forall x \; \boxed{////}$

② langue naturelle :
phrases quantificationnelles
→ restreintes

Tous $\underbrace{\text{les profs}}_{\text{restriction}}$ sont $\underbrace{\text{gentils}}_{\text{portée (Scope)}}$.

$\forall x \underbrace{(Px \rightarrow Gx)}$

$0 \rightarrow 0 = 1$
$0 \rightarrow 1 = 1$

$0 \rightarrow ? = 1$

Aucun prof n'est gentil.

$\forall x \; (Px \rightarrow \neg Gx)$

$P(x)$

Px

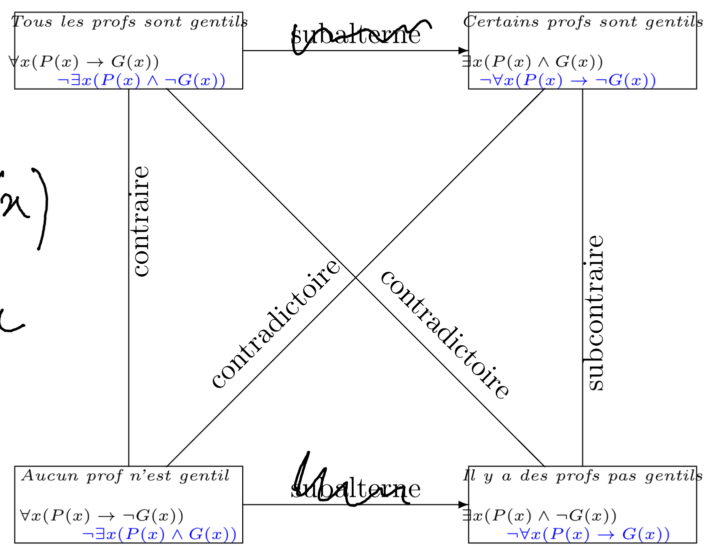

Figure 2.2 – Carré d'Aristote, quantification restreinte

Tous les profs sont gentils $\forall x \, (Px \rightarrow Gx)$

Aucun prof n'est g. $\boxed{\begin{array}{l} \forall x \, (Px \rightarrow \neg Gx) \\ \neg \exists x \, (Px \wedge Gx) \end{array}}$

Tous les profs

$\forall x \, (Px \rightarrow \quad)$

Certains profs

$\exists x \, (Px \wedge \quad)$

$\cancel{\forall x\,(Px \wedge Gx)}$ $\equiv \neg\exists x\,\neg(Px \wedge Gx)$

$\equiv \neg\exists x\,\neg(\neg Px \vee \neg Gx)$

$\cancel{\exists x\,(Px \to Gx)}$

$(p \wedge q) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q)$

$\cancel{\neg\exists x\,(\neg Px \wedge \neg Gx)}$

$\forall x\,(Px \to Gx)$

$\Updownarrow$

$\neg\exists x\,\neg(Px \to Gx)$

$\Updownarrow$

$\neg\exists x\,\neg\neg(Px \wedge \neg Gx)$

$\Updownarrow$

$\neg\exists x\,(Px \wedge \neg Gx)$

$\forall x\,\Phi \equiv \neg\exists x\,\neg\Phi$

$(p \to q) \equiv \neg(p \wedge \neg q)$

$\neg\neg p \equiv p$

$\neg\exists x\,(\neg Dx \cancel{\wedge} Gx)$