

Nous avons travaillé sur cette feuille d'exercices dans les semaines 7 et 8 (c-à-d les deux dernières semaines du cours avant la fermeture de l'université) – Pour rappel, étant donné qu'un nombre important d'entre vous était absent les 2 et 3 mars, j'ai refait le même cours en semaine 8 (les 9 et 10 mars).

Nous avons travaillé sur les 10 premières phrases de l'exercice 1, sans évoquer les connecteurs en tant que tels. Nous avons en particulier travaillé sur l'identification des propositions élémentaires. Nous avons également vu comment obtenir/calculer les différentes valeurs de vérité (possibles) de chaque phrase en fonction des valeurs de vérité de ses propositions élémentaires, sans évoquer les tables de vérité.

Dans ce qui suit vous avez un corrigé détaillé de l'exercice 1, y compris les phrases 1 à 10 que nous avons vues en cours. Pour chaque phrase, vous avez d'abord une paraphrase qui permet de faire ressortir ses propositions élémentaires ainsi que les connecteurs qui les lient ensemble. Ensuite, on remplace chaque proposition élémentaire par une variable (représentée ici par une lettre majuscule), et le(s) connecteur(s) par le(s) symbole(s) correspondant(s).

Rappel : les connecteurs que nous verrons apparaître dans cet exercice sont

négation	« $\neg$ »	non A (il est faux que A)	$\neg A$
conjonction	« $\wedge$ »	A et B	$A \wedge B$
disjonction	« $\vee$ »	A ou B	$A \vee B$
implication ou conditionnel	« $\rightarrow$ »	Si A alors B	$A \rightarrow B$

A est la condition suffisante de B :

Pour B, il suffit de A / Si A, alors B

B est la condition nécessaire de A :

Pour A, il faut B / A, seulement si B

**Exercice (1)** Faites apparaître les différentes propositions élémentaires (atomiques) qui constituent les phrases suivantes, puis traduisez-les en logique propositionnelle.

- 1) Pierre est étudiant ou salarié à temps partiel.

Paraphrase : Pierre est étudiant **ou** Pierre est salarié à temps partiel

Propositions élémentaires :

A = Pierre est étudiant

B = Pierre est salarié à temps partiel

1 = A ou B -> Traduction :  $A \vee B$

- 2) Jean vient soit en voiture, soit en train.

Paraphrase : Jean vient en voiture **ou** Jean vient en train

Propositions élémentaires :

A = Jean vient en voiture

B = Jean vient en train

2 = A ou B -> Traduction :  $A \vee B$

- 3) Ni Max ni Paul n'ont réussi l'épreuve que Marie a préparée.

Paraphrase : **il est faux que** Max a réussi l'épreuve que Marie a préparée **et il est faux que** Paul a réussi l'épreuve que Marie a préparée

NB. : la proposition « Paul n'a pas réussi l'épreuve que Marie a préparée » n'est pas élémentaire.

Propositions élémentaires :

A = Max a réussi l'épreuve que Marie a préparée

B = Paul a réussi l'épreuve que Marie a préparée

3 = nonA et nonB -> Traduction :  $\neg A \wedge \neg B$

- 4) Soit Jean a réussi l'épreuve, et il est en vacances, soit il a échoué.

Paraphrase : (Jean a réussi l'épreuve **et** il est en vacances) **ou** Jean a échoué

Propositions élémentaires :

A = Jean a réussi l'épreuve

B = Jean est en vacances

C = Jean a échoué (l'épreuve)

4 = (A et B) ou C -> Traduction :  $(A \wedge B) \vee C$

NB. Nous n'avons pas besoin de prendre en compte le fait que « Jean a réussi l'épreuve » est synonyme de « Jean n'a pas échoué (l'épreuve) », autrement dit que  $A = \neg C$  ou  $\neg A = C$

5) Ce moteur n'est pas bruyant, mais il consomme beaucoup.

Paraphrase : **il est faux que** ce moteur est bruyant **et** ce moteur consomme beaucoup

Propositions élémentaires :

A = ce moteur est bruyant

B = ce moteur consomme beaucoup

5 = nonA et B -> Traduction :  $\neg A \wedge B$

6) Antoine est un grand mathématicien.

Paraphrase : Antoine est un grand mathématicien (NB : ici l'adjectif « grand » modifie « mathématicien » et non le sujet « Antoine » autrement dit la phrase 6 n'est pas une proposition complexe).

Propositions élémentaires :

A = Antoine est un grand mathématicien

6 = A -> Traduction : A

7) Antoine est un mathématicien chauve.

Paraphrase : Antoine est un mathématicien **et** Antoine est chauve

Propositions élémentaires :

A = Antoine est un mathématicien

B = Antoine est chauve

7 = A et B -> Traduction :  $A \wedge B$

8) Même si Antoine est très jeune, il est très mature.

Paraphrase : Antoine est très jeune **et** Antoine est très mature

Propositions élémentaires :

A = Antoine est très jeune

B = Antoine est très mature

8 = A et B -> Traduction :  $A \wedge B$

9) Paul n'aime ni le poisson ni le porc.

Paraphrase : **il est faux que** Paul aime le poisson **et il est faux que** Paul aime le porc

Propositions élémentaires :

A = Paul aime le poisson

B = Paul aime le porc

9 = nonA et nonB -> Traduction :  $\neg A \wedge \neg B$

10) Jean est parti sans prévenir Marie.

Paraphrase : Jean est parti **et il est faux que** Jean a prévenu Marie

Propositions élémentaires :

A = Jean est parti

B = Jean a prévenu Marie

10 = A et nonB -> Traduction :  $A \wedge \neg B$

11) Si Pierre est étudiant ou salarié à temps partiel, il ne paye pas d'impôts.

Paraphrase : **Si** (Pierre est étudiant **ou** Pierre est salarié à temps partiel), **alors il est faux que** Pierre paye d'impôts

Propositions élémentaires :

A = Pierre est étudiant

B = Pierre est salarié à temps partiel

C = Pierre paye des impôts

11 = Si (A ou B), alors nonC -> Traduction :  $(A \vee B) \rightarrow \neg C$

12) En cas de mauvais temps, ou si trop de participants sont malades, la soirée sera annulée.

Paraphrase : **Si** (le temps est mauvais **ou** trop de participants sont malades), **alors** la soirée sera annulée

Propositions élémentaires :

A = le temps est mauvais

B = trop de participants sont malades

C = la soirée sera annulée

12 = Si (A ou B) alors C -> Traduction :  $(A \vee B) \rightarrow C$

13) Si Pierre ne rapporte pas d'œufs, Paul fera des pâtes.

Paraphrase : **Si il est faux que** Pierre rapporte des œufs, **alors** Paul fera des pâtes

Propositions élémentaires :

A = Pierre rapporte des œufs

B = Paul fera des pâtes

13 = Si nonA, alors B -> Traduction :  $\neg A \rightarrow B$

14) Si la traduction est bonne alors elle sera acceptée.

Paraphrase : **Si** la traduction est bonne, **alors** la traduction sera acceptée

Propositions élémentaires :

A = la traduction est bonne

B = la traduction sera acceptée

14 = Si A, alors B -> Traduction :  $A \rightarrow B$

15) Tu peux voter seulement si tu as 18 ans.

Paraphrase : Tu peux voter **seulement si** tu as 18 ans

Propositions élémentaires :

A = tu peux voter

B = tu as 18 ans

15 = A seulement si B (condition nécessaire) -> Traduction :  $A \rightarrow B$

16) La traduction **ne** sera acceptée **que** si elle est bonne.

Paraphrase : La traduction sera acceptée **seulement si** la traduction est bonne

Propositions élémentaires :

A = la traduction sera acceptée

B = la traduction est bonne

16 = A, seulement si B -> Traduction :  $A \rightarrow B$

17) Jean **ne** viendra **que** si Paul ne vient pas.

Paraphrase : Jean viendra **seulement si non** (Paul vient)

Propositions élémentaires :

A = Jean viendra

B = Paul vient

17 = A seulement si nonB -> Traduction :  $A \rightarrow \neg B$

18) J'attrape un rhume s'il pleut.

Paraphrase : **si** il pleut **alors** j'attrape un rhume

Propositions élémentaires :

A = il pleut

B = j'attrape un rhume

18 = si A alors B -> Traduction :  $A \rightarrow B$

19) Il suffit qu'il pleuve pour que j'attrape un rhume.

Paraphrase : **si** il pleut **alors** j'attrape un rhume

Propositions élémentaires :

A = il pleut

B = j'attrape un rhume

19 = si A, alors B -> Traduction :  $A \rightarrow B$

20) Il ne suffit pas de mélanger les ingrédients pour réussir la recette.

Paraphrase : **il est faux que** (il suffit de mélanger les ingrédients pour réussir la recette)  
= **il est faux que** (**si** on mélange les ingrédients **alors** on réussit la recette)

Propositions élémentaires :

A = mélanger les ingrédients

B = réussir la recette

20 = non (si A alors B) -> Traduction :  $\neg(A \rightarrow B)$