

## TD de Sémantique formelle et logique – Pegah Faghiri

### Logique des propositions

**Exercice (1)** Faites apparaître les différentes propositions élémentaires (atomiques) qui constituent les phrases suivantes, puis traduisez-les en logique propositionnelle.

- 1) Pierre est étudiant ou salarié à temps partiel.
- 2) Jean vient soit en voiture, soit en train.
- 3) Ni Max ni Paul n'ont réussi l'épreuve que Marie a préparée.
- 4) Soit Jean a réussi l'épreuve, et il est en vacances, soit il a échoué.
- 5) Ce moteur n'est pas bruyant, mais il consomme beaucoup.
- 6) Antoine est un grand mathématicien.
- 7) Antoine est un mathématicien chauve.
- 8) Même si Antoine est très jeune, il est très mature.
- 9) Paul n'aime ni le poisson ni le porc.
- 10) Jean est parti sans prévenir Marie.
- 11) Si Pierre est étudiant ou salarié à temps partiel, il ne paye pas d'impôts.
- 12) En cas de mauvais temps, ou si trop de participants sont malades, la soirée sera annulée.
- 13) Si Pierre ne rapporte pas d'œufs, Paul fera des pâtes.
- 14) Si la traduction est bonne alors elle sera acceptée.
- 15) Tu peux voter seulement si tu as 18 ans.
- 16) La traduction ne sera acceptée que si elle est bonne.
- 17) Jean ne viendra que si Paul ne vient pas.
- 18) J'attrape un rhume s'il pleut.
- 19) Il suffit qu'il pleuve pour que j'attrape un rhume.
- 20) Il ne suffit pas de mélanger les ingrédients pour réussir la recette.

### Exercice (2)

- i. Montrez, en représentant chaque phrase en logique propositionnelle, et en utilisant une table de vérité, que (1) implique logiquement (2) et que (3) et (4) sont logiquement équivalentes.
  - (1) Jean a réussi son examen et il n'est pas vrai que Marie est contente
  - (2) Il n'est pas vrai que Marie est contente
  - (3) Marie est contente si Jean a réussi son examen
  - (4) Marie est contente ou il n'est pas vrai que Jean a réussi son examen
- ii. Calculez la valeur de vérité des phrases suivantes dans la situation où :
  - a. Jean a réussi son examen, Marie est contente.
  - b. Jean a réussi son examen, Marie n'est pas contente.
  - c. Jean n'a pas réussi son examen, Marie est contente.
  - 1) Jean a réussi son examen ou Marie est contente.
  - 2) Jean a réussi son examen et il n'est pas vrai que Marie est contente.
  - 3) Il n'est pas vrai que Jean a réussi son examen et Marie est contente.
  - 4) Il n'est pas vrai que Jean a réussi son examen ou il n'est pas vrai que Marie est contente.
  - 5) Si Jean a réussi son examen, il n'est pas vrai que Marie est contente.
  - 6) Il n'est pas vrai que Jean a réussi son examen si Marie est contente.

**Exercice (3)** Montrez, en représentant chaque phrase en logique propositionnelle, et en utilisant une table de vérité, que (1a) implique logiquement (1b), et que (2a) et (2b) sont équivalentes.

- (1)
  - a. Pierre et Marie sont venus, alors que Paul non.
  - b. Il est faux que Paul est venu.
- (2)
  - a. Pour que l'entreprise redémarre, il faut changer son PDG.
  - b. Il n'est pas vrai que l'entreprise ne redémarre pas ni que son PDG a changé.

**Exercice (4)** Montrez que, quelles que soient les valeurs de  $p$ ,  $q$  et  $r$ , les formules de chacune de paires suivantes sont logiquement équivalentes.

1.  $\neg\neg p$        $p$
2.  $p \wedge p$        $p$
3.  $p \vee p$        $p$
4.  $p \rightarrow q$        $\neg p \vee q$
5.  $\neg(p \rightarrow q)$        $p \wedge \neg q$
6.  $(p \rightarrow q)$        $\neg(p \wedge \neg q)$
7.  $p \rightarrow q$        $\neg q \rightarrow \neg p$
8.  $p \leftrightarrow q$        $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
9.  $p \leftrightarrow q$        $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
10.  $\neg(p \wedge q)$        $\neg p \vee \neg q$
11.  $\neg(p \vee q)$        $\neg p \wedge \neg q$
12.  $p \vee (q \vee r)$        $(p \vee q) \vee r$
13.  $p \wedge (q \wedge r)$        $(p \wedge q) \wedge r$
14.  $p \wedge (q \vee r)$        $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
15.  $p \vee (q \wedge r)$        $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

**Exercice (5)** Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des formules bien formées en logique propositionnelle ?

1.  $\neg(\neg p \vee q)$
2.  $p \vee (q)$
3.  $\neg p \vee (q \rightarrow r)$
4.  $p \rightarrow q \vee r$
5.  $p \wedge q \rightarrow r$
6.  $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$

**Exercice (6)** A l'aide de la méthode des tables de vérité, dites si les formules suivantes sont vraies ou fausses pour l'interprétation selon laquelle  $p$  est vrai,  $q$  est faux et  $r$  est vrai.

1.  $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$
2.  $(p \wedge r) \vee q$
3.  $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$
4.  $(r \wedge (p \vee \neg q)) \rightarrow \neg q$
5.  $(\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)) \vee (p \rightarrow (\neg q \vee r))$
6.  $((q \leftrightarrow (\neg p \wedge q)) \vee \neg q) \rightarrow r$
7.  $((r \vee p) \leftrightarrow q) \rightarrow (r \wedge p)$